N_{QP}^{00} の N_c からのずれは，フォノンと準粒子の反応の効果によるものである。

我々は，この方程式の非線型性にもとづく不安定点近傍のふるまいを逓減摂動法を用いて調べた。その結果，i）フォノンと準粒子の結合が大きく，$N_{QP}^{00} > N_{os}$ のときは，N_{os} で正常状態への一次転移がおこる，ii）$N_{os} > N_{QP}^{00} > 3/2\ N_c$ の時は，N_{QP}^{00}で周期的な構造への二次転移がおこる。iii）$3/2\ N_c > N_{QP}^{00} > N_c$ の時は N_{QP}^{00} より小さい準粒子密度で，不均一状態への一次転移がおこることが分った。これら三種の転移は，井口（Phys. Rev. **B16**, 1954 (1977); preprint, private communication）による，Double junction の測定によって対応する転移がみつかっている。特に ii）の場合の不均一性の立上り方は，理論とオーダーにおいて一致している。

この問題は通常の二相分離の問題と似ているが，主な相異点は，I）周期的構造の成長しはじめる点 N_{QP}^{00}（スピノーダル点に対応）で有限波数のモードから立ちはじめる，II）ii）の場合のように，周期的構造への二次転移が存在する，III）iii）のように，不均一状態への一次転移が存在することである。これらは，通常の拡散型の方程式に更に，フォノンとの反応の効果が加わっているために生じると考えられる。

散逸力学系の Stochastic Dynamics

日電中研　中　村　紀　一

軌道不安定な散逸力学系は運動方程式

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \tag{1}$$

が決定論的であっても，外界からのランダムな揺動力を導入することなしに確率的な振舞をする。それは観測の粗さによる位相空間の粗視化によって容易に理解される。[1)] 位相空間をセルに分割する。位相点がどこのセルにあるかは指定できるが，セルの中のどこにあるかは決められない。$t=0$ で i 番目のセルにN個の位相点をとる。軌道不安定な力学系では $t=\tau$ でこれらの点は1番目のセルに N_1 個，2番目のセルに N_2 個，…，k番目のセルに N_k 個，…… と云うように分布する。従って遷移確率

$$P(X_k, \tau | X_i, 0) = \lim_{N\to\infty} N_k(\tau)/N \tag{2}$$

が定義できる。ここで，$X_1, X_2, \cdots, X_k, \cdots$ はセルの位置を表わす座表で粗視化された位相空間での位相点の位置である。(1) からこの確率過程はマルコフ的である。軌道が不安定なら初めに非常に近い距離にある2つの位相点の軌道は時間 τ_c の間は殆んど同じであるが，$t \gg \tau_c$ では全く異なり，強い混合性を示しストカスチック領域全体に拡がる。遷移確率 (2) が意味を持つためには時間の粗視化 $\tau \gg \tau_c$ が必要である。

軌道不安定な散逸力学系は strange アトラクターを持ち，ストカスチック運動が持続する Lorenz 型[2] と fixed points や limit cycles 等通常のアトラクターを持ち，ベイスンが互に複雑に入り組んでいるために，過渡的なストカスチック運動を経てアトラクターへ到達する Thom 型[3] に分類される。[4),5)] これら2つの場合及び生態系の差分方程式[6] について遷移確率 (2) の計算機実験の結果を示す。

次に外界からのランダムな揺動力 $R(t)$ を導入して運動方程式 (1) を

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + R(t) \tag{3}$$

とかく。

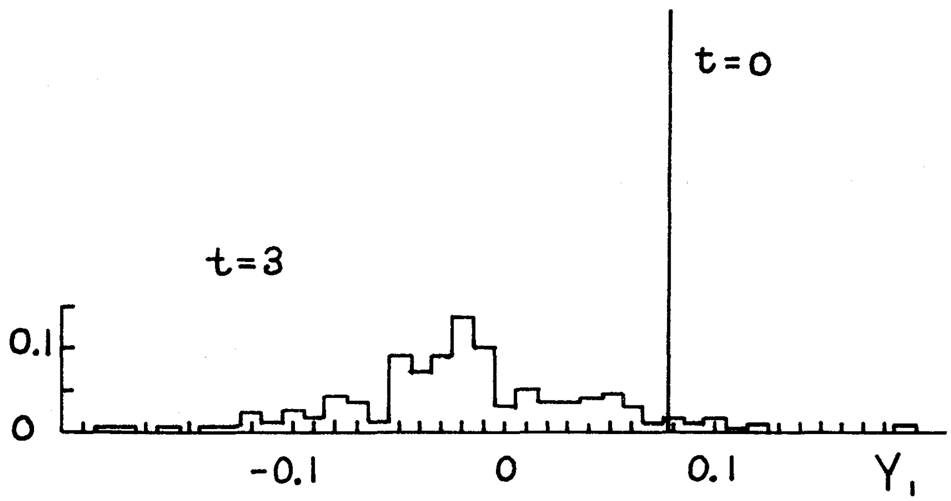

図 1.　Thom型[1),4)] の遷移確率。$t = 0$ で出発点を中心に 10^{-5} のセルの中に 200 個の点をランダムに発生させた。
$p = 5000$，　$g = 0.002$，　$a = 3.5$

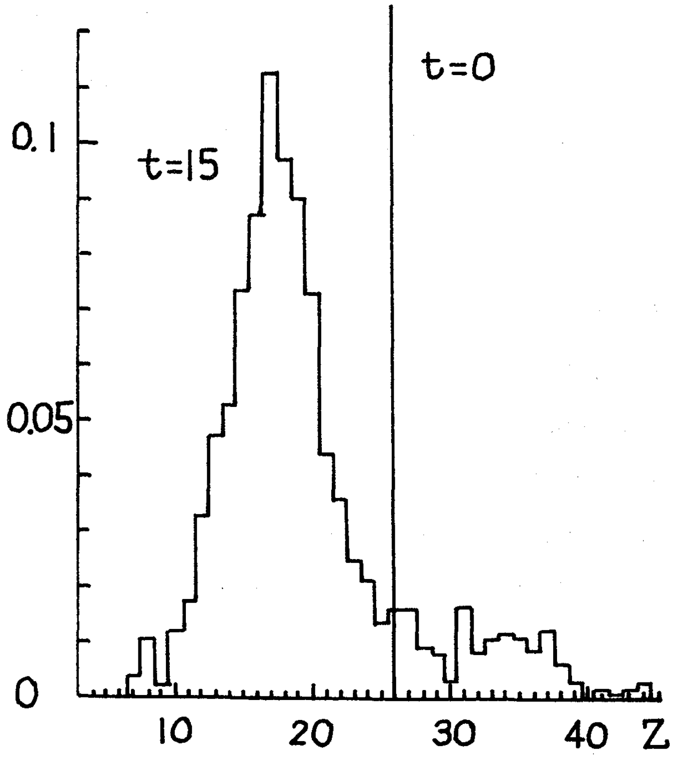

図 2. Lorenz 型[2]の遷移確率。
$t=0$ で出発点を中心に 10^{-4} のセルの中に 2000 個の点をランダムに発生させた。
$\sigma=10$, $r=28$,
$b=2.6666$

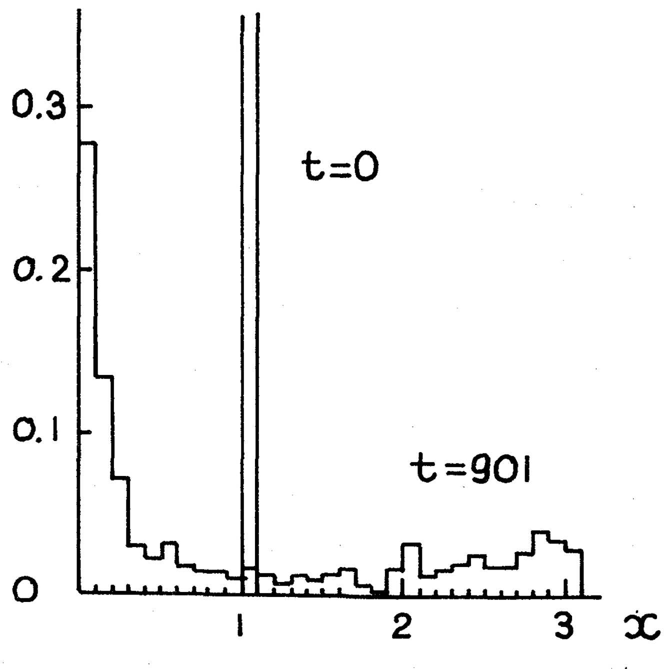

図 3. 差分方程式 $x_{t+1}=x_t \exp[r(1-x_t)]$ の遷移確率。 $t=0$ で出発のセルの中に 1000 個の点をランダムに発生させた。 $r=3.3$

軌道不安定な力学系の統計的性質はRによらないが，安定系のストカスチック運動はRによって起る。重要なことは力学方程式(1)（又は(3)）が与えられたとき遷移確率(2)を計算する方法を知ることである。これは乱流統計力学を作ることに他ならない。

参 考 文 献

1) K. Nakamura, Prog. Theor. Phys. **59** (1978) January.
2) E. N. Lorenz, J. Atoms. Sci. **20** (1963) 130.
3) R. Thom, Structural Stability and Morphogenesis, pp. 39–40.
4) K. Nakamura, Prog. Theor. Phys. **57** (1977) 1874.
5) K. A. Robbins, Math. Proc. Camb. Phil. Soc. **82** (1977) 309.
6) R. M. May, J. Theor. Biol. **51** (1975) 511; Nature 261 (1976) 459.

散逸力学系の分岐とErgode問題

北大・工　長島知正
北大・理　島田一平
北大・理　柴田清

我々はLorenz系について以下の新しい結果を得た。今まで知られていた乱流転移点 $r_T\left(=\frac{\sigma(\sigma+b+3)}{\sigma-b-1}\right)$ を越えた所で乱流解と安定周期解との間の交互の転移，$r_{c_1}<r_{c_2}<r_{c_3}$，が存在する。よっていわゆるLorenzアトラクタはベクトル場の変形に対しかならずしも安定でない。r_{c_1} と r_{c_3} での分岐は共通して次のようなものである。r_c の上から r_c に近づくと周期解が不安定化して２倍の周期の周期解が生じる“Brunovsky の bifurcation”が次々に起り（おそらく無限個の分岐点が集積して）r_c に到る。r_c を越えると巾のせまい，それ自身正のLyapounov数を持つ乱流解のアトラクタが次々に合併して大きなアトラクタに成長して行く。Rössller系でも同様の事が起こり，他のいくつかの場合（本研究会での富田先生の講演，Mayの差分方程式系など)も含めてBrunovskyタイプとでも呼ぶべき乱流発生の一つのタイプを形成しているようである。こうしたタイプの乱流解を持つ系には無限個のしかも任意に長い周期を持つ不安定周解があること